

# 基于 Kern-Seaton 模型构建的微生物污垢模型

徐志明, 沈艺雯

(东北电力大学 能源与动力工程学院, 吉林 吉林 132012)

**摘 要:** 为了探索微生物污垢的形成过程, 在 Kern-Seaton 污垢模型的基础上, 结合生长动力学模型建立了微生物污垢模型。以不锈钢光管内铁细菌微生物污垢的实验数据为依据, 进行实验验证。结果表明: 所建立的微生物污垢模型的计算数据与实验数据除诱导期外, 相对误差在 $\pm 20\%$ 以内。

**关 键 词:** 微生物污垢, 污垢模型, 生长动力学模型

**中图分类号:** TP29

**文献标识码:** A

污垢是换热面上沉积的一层固态物质, 会影响换热, 造成经济损失<sup>[1]</sup>。自从 Kern 和 Seaton<sup>[2]</sup>提出污垢热阻随时间的变化是沉积率和剥蚀率之差这一模型, 之后的研究大部分都是以此为基础建立污垢模型的。徐志明等<sup>[3,4]</sup>分析了微粒污垢的形成过程, 考虑诱导期对污垢形成的影响, 从而建立起微粒污垢的分析模型, 并且用实验证明了模型的可行性。基于这些研究, 研究了微粒污垢与析晶污垢的混合污垢, 建立了一个微粒和析晶混合污垢的污垢热阻模型, 再一次通过实验验证了模型的正确性。杨大章等<sup>[5]</sup>针对海水冷却水中的污垢为研究对象, 建立了描述海水中析晶污垢生长的模型, 为海水析晶污垢的机理研究提供了理论支持。田磊等<sup>[6]</sup>分析了不锈钢表面的微生物污垢生长及结垢状况, 为微生物污垢建模提供了理论支持。张一龙等<sup>[7]</sup>采用灰色关联分析方法, 添加了水质参数对微生物污垢热阻模型进行补充, 理论上充实了微生物污垢模型。同时, 由于微生物形成的污垢还具有微生物本身的特性, 即具有生长、死亡的特性, 所以在建模过程中也需要引入动力学模型进行描述。李柏林等<sup>[8]</sup>阐述了预测微生物学数学建模的方法过程, 说明了不同级别模型的物理意义, 并列举了 Gompertz 等函数的模型及模型参数。徐志明等<sup>[9]</sup>研究了将颗粒污垢模型适用于微生物污垢的可行性, 但是在建模中将微生物浓度当作了常数项。本文针对这一问题, 进行改进, 在建模中引入作为变量的微生物生长动力学模型, 得到微生物污垢模型。

## 1 微生物污垢模型

Kern 和 Seaton 认为一方面污垢会逐渐沉积下来, 另一方面也会被剥蚀离开。Kern-Seaton 模型就是基于这种思想建立起来的, 用表达式描述如下所示。

$$\frac{dR_f}{dt} = \Phi_d - \Phi_r, \quad (1)$$

式中:  $\Phi_d$  为沉积率,  $\text{m} \cdot \text{K}/\text{N}$ ;  $\Phi_r$  为剥蚀率,  $\text{m} \cdot \text{K}/\text{N}$ ;  $R_f$  为污垢热阻,  $\text{m}^2 \cdot \text{K}/\text{W}$ ;  $t$  为时间,  $\text{h}$ 。

收稿日期: 2016-06-07

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51476025)

作者简介: 徐志明(1959-), 男, 博士, 教授, 主要研究方向: 节能理论、换热设备污垢机理与对策。

电子邮箱: xuzm@neepu.edu.cn(徐志明); syw2009zhf@sina.com(沈艺雯)

该模型由沉积率和剥蚀率两项组成。可见污垢热阻的大小由沉积率和剥蚀率直接决定,同时这两项的表达式也会根据污垢种类的不同而不同。由于微生物污垢的形态与颗粒污垢相似,于是选择基础的颗粒 Kern - Seaton 模型作为研究对象。

### 1.1 沉积率

文献[10]认为由于微生物可以看作为  $0.5 \mu\text{m} - 20 \mu\text{m}$  的小颗粒,所以微生物污垢的形成机理与颗粒污垢相似,可以用 Kern 和 Seaton 提出的颗粒沉积率来表示。Kern 和 Seaton 认为沉积率  $\Phi_d$  主要取决于污垢物质在流体中浓度  $C_b(t)$  和流体流速  $V$ ,沉积率表达式如下:

$$\Phi_d = K_1 C_b(t) V, \quad (2)$$

式中: $K_1$  为传输变量以外的所有变量和常数的系数,无量纲; $C_b(t)$  为污垢物质在主流中的浓度,即为流体中微生物的浓度,CFU/L; $V$  为流体流速,m/s。

由于微生物具有活性,所以其中的微生物浓度  $C_b(t)$  应该是一个随时间  $t$  变化的变量,这种关系称为微生物生长动力学模型。本文选择常用的 Boltzmann 模型作为微生物生长动力学模型。Boltzmann 模型的表达形式如下所示:

$$C_b(t) = A_2 + \frac{A_1 - A_2}{1 + \exp(\frac{t - t_0}{dt})}, \quad (3)$$

式中: $C_b(t)$  为流体中微生物的浓度,CFU/L; $t$  为时间,h; $A_1$ 、 $A_2$ 、 $t_0$ 、 $dt$  为待定参数。

### 1.2 剥蚀率

对于剥蚀率  $\Phi_r$ ,文献[11]认为不同种类的污垢均可以用通用模型表示:

$$\Phi_r = K_3 V^{2-\alpha} R_f, \quad (4)$$

式中: $K_3$  为传输变量以外的所有变量与  $K_2$  综合在一起的常系数,无量纲; $\alpha$  为常系数。

$\alpha$  值不同,对应不同的污垢沉积率模型。当  $\alpha = 0$  时,适用于颗粒污垢。当  $\alpha = 0.54$  时,适用于析晶污垢<sup>[12]</sup>。由于微生物污垢的强度介于颗粒污垢和析晶污垢之间,所以微生物污垢对应范围为  $0 < \alpha < 0.54$ 。根据多次的实验发现  $\alpha$  数值的变化对结果影响较小,本文根据实验取值选择  $\alpha = 0.44$ 。

### 1.3 污垢热阻模型

将沉积率和剥蚀率代回到公式(1),表达式为

$$\frac{dR_f}{dt} = K_1 C_b(t) V - K_3 V^{2-\alpha} R_f, \quad (5)$$

为求出污垢热阻的表达式,则将上式整理为一阶线性微分方程形式:

$$\frac{dR_f}{dt} + K_3 V^{2-\alpha} R_f = K_1 C_b(t) V. \quad (6)$$

根据上式,利用公式即可求出污垢热阻通解:

$$R_f = \exp(-K_3 V^{2-\alpha} t) [K_1 V \int C_b(t) \exp(K_3 V^{2-\alpha} t) dt + C], \quad (7)$$

式中: $C_b(t)$  为流体中微生物的浓度,CFU/L; $t$  为时间,h; $A_1$ 、 $A_2$ 、 $t_0$ 、 $dt$  为待定参数。

### 1.4 污垢热阻模型

将 Boltzmann 生长动力学模型式带入到 Kern - Seaton 模型公式(7)中,得到:

$$R_f = \exp(-K_3V^{2-\alpha}t) \left\{ K_1V \int \left[ A_2 + \frac{A_1 - A_2}{1 + \exp(\frac{t-t_0}{dt})} \right] \exp(K_3V^{2-\alpha}t) dt + C \right\}, \tag{8}$$

将方程积分、化简,得到:

$$\begin{aligned} R_f &= \exp(-K_3V^{2-\alpha}t) \left\{ \frac{K_1A_2}{K_3V^{2-\alpha}} \exp(K_3V^{2-\alpha}t) + K_1V(A_1 - A_2) \int \left[ \frac{\exp(K_3V^{2-\alpha}t)}{1 + \exp(\frac{t-t_0}{dt})} \right] dt + C \right\} \\ &= \exp(-K_3V^{2-\alpha}t) \left\{ \left[ (1 - K_3V^{2-\alpha}dt \times 2) \ln\left(2 + \frac{t-t_0}{dt}\right) + K_3V^{2-\alpha}(t-t_0) \right] \times \right. \\ &\quad \left. K_1V(A_1 - A_2) dt \exp(t_0K_3V^{2-\alpha}) + \frac{K_1A_2}{K_3V^{2-\alpha}} \exp(K_3V^{2-\alpha}t) + C \right\}. \end{aligned} \tag{9}$$

实验表明,污垢热阻表达式一般都是渐近式,所以最终认为当满足条件

$$1 - K_3V^{2-\alpha}dt \times 2 = 0, \tag{10}$$

即可将污垢热阻模型化简为渐近式形式,所以最终得到污垢热阻模型为

$$R_f = \frac{K_1A_2}{K_3V^{1-\alpha}} [1 - \exp(-K_3V^{2-\alpha}t)]. \tag{11}$$

2 模型的实验验证

2.1 微生物浓度的计算

实验工质选择铁细菌,实验过程中采用平板菌落计数法对水质中的铁细菌菌落数进行查数,得到数据如表 1 所示。

表 1 细菌菌落数

时间/h	0	24	72	120
菌落数/(CFU/L)	3 500	5 000 000	300 000 000	310 000 000

将表 1 中数据代入到 Boltzmann 动力学模型公式(3)中,利用 1stOpt 软件进行拟合,得到对应的微生物生长动力学方程中的待求参数。模型中对应待求参数分别为: $A_1 = -4.5 \times 10^6$ ,  $A_2 = 3.15 \times 10^8$ ,  $t_0 = 36.76$ ,  $dt = 4.47$ 。

将拟合得到的动力学模型参数代入到公式(11),即可得到对应于铁细菌微生物的污垢模型。

2.3 模型计算的对比

为了验证微生物污垢热阻模型的正确性,本文采用文献[13]中的实验装置,采集数据进行实验验证。实验中选择浓度为 1% 铁细菌菌液作为循环流动工质,不锈钢圆管恒温水浴加热管内湍流流体,圆管内径  $d = 22\text{ mm}$ ,管长  $L = 2\text{ 200 mm}$ ,水域温度为  $50\text{ }^\circ\text{C}$ ,入口处流速为  $0.4\text{ m/s}$ 。

根据入口温度为  $35\text{ }^\circ\text{C}$  实验数据,求出模型中待求参数,具体参数如表 2 所示。

表 2 微生物污垢模型中参数

参数	对应 30 ℃ 下的参数	对应 35 ℃ 下的参数
$K_1$	$3.551 \times 10^{-13}$	$1.687 \times 10^{-13}$
$K_3$	0.503	0.503

用微生物污垢模型,求出在入口温度为 30 ℃、33 ℃ 的计算热阻数据。分别将其实验数据与计算数据进行对比,并计算出相对误差。入口温度为 30 ℃ 的污垢热阻实验值和污垢热阻计算值的对比如图 1 所示,对应的相对误差如图 2 所示。入口温度为 33 ℃ 的污垢热阻实验值和污垢热阻计算值的对比如图 3 所示,对应的相对误差如图 4 所示。

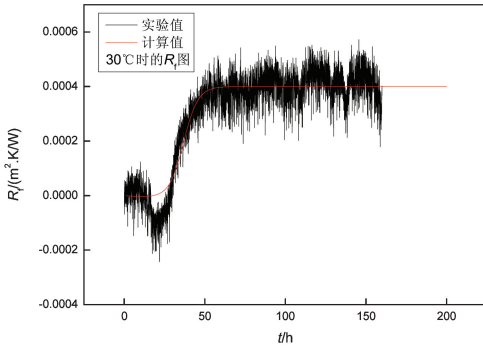


图1 30 ℃ 的计算值与实验值对比图

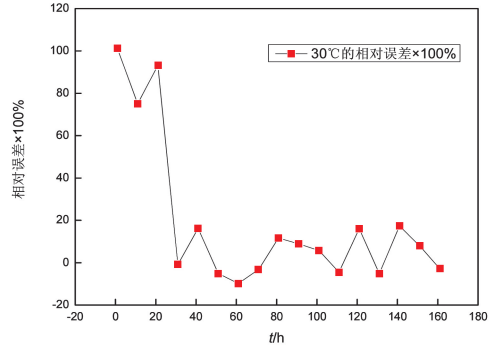


图2 30 ℃ 的计算值与实验值的相对误差

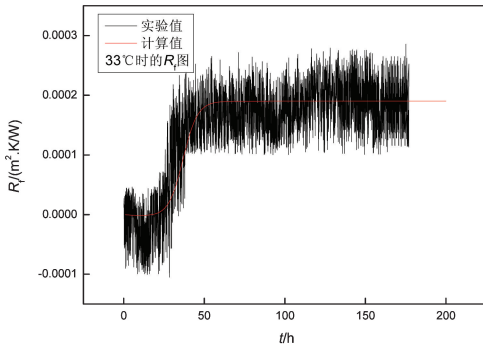


图3 33 ℃ 的计算值与实验值对比图

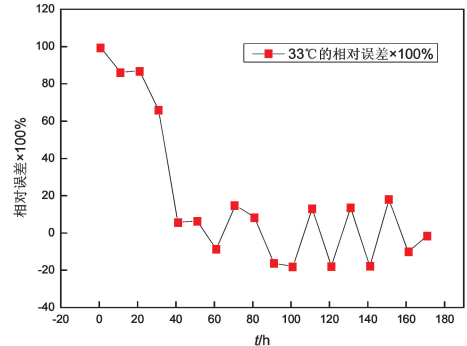


图4 33 ℃ 的计算值与实验值的相对误差

由图 2、图 4 的误差分析图可以看出,诱导期部分吻合效果不好,除诱导期其余部分误差均在 $\pm 20\%$ 以内,且在允许范围。而诱导期部分,则是因为诱导期非常复杂,在 Kern-Seaton 模型中并没有考虑到污垢诱导期部分,所以忽略诱导期。

### 3 结 论

本文基于 Kern-Seaton 模型,考虑到微生物污垢具有活性,于是引入微生物生长动力学模型。最终得到的微生物污垢模型的计算数据与实验数据吻合良好,除诱导期,误差在 $\pm 20\%$ 以内。

### 参 考 文 献

- [1] 杨善让,徐志明,孙灵芳. 换热设备污垢与对策[M]. 北京:科学出版社,2004:1-61.
- [2] D. Q. Kern, R. E. Seaton. A theoretical analysis of thermal surface fouling[J]. Chemical Engineering Progress, 1959, 4(5): 258-262.
- [3] 徐志明,王建国,杨善让,等. 微粒污垢剥蚀机制研究[J]. 工程热物理学报, 1998, 19(5): 611-615.
- [4] 徐志明,张仲彬,郭闻州,等. 微粒和析晶混合污垢模型[J]. 工程热物理学报, 2006, 27(S2): 81-84.
- [5] 杨大章,柳建华,鄂晓雪,等. 海水冷却水析晶污垢分析及其生长模型[J]. 化工进展, 2015, 34(8): 3179-3182.
- [6] 田磊,杨倩鹏,史琳,等. 热泵工况下竖直不锈钢表面微生物污垢动态生长行为[J]. 化工学报, 2012, 63(1): 230-236.
- [7] 张一龙,夏玲丽,刘坐东,等. 交叉缩放管内生物污垢热阻与水质参数的关联分析[J]. 热能动力工程, 2015, 30(4): 503-508.
- [8] 李柏林,郭剑飞,欧杰. 预测微生物学数学建模的方法构建[J]. 食品科学, 2004, 25(11): 52-57.
- [9] 徐志明,夏玲丽,张一龙,等. 颗粒污垢模型在微生物污垢研究中的适用性[J]. 东北电力大学学报, 2015, 35(1): 18-22.

- [10] W. G. Characklis. Microbial fouling: a process analysis[J]//E. F. C. Somerscales, J. G. Knudsen, Fouling of Heat Transfer Equipment. Hemisphere Pub. Corp., 1981: 251–291.
- [11] J. Taborek, T. Aoki, R. B. Ritter, et al. Fouling: The major unresolved problem in heat transfer[J]. Chemical Engineering Progress, 1972, 68 (7): 69–78.
- [12] 徐志明, 张一龙, 徐欣. 温度及浓度对析晶污垢沉积特性影响的模拟研究[J]. 中国电机工程学报, 2014, 34(35): 6263–6270.
- [13] 徐志明, 郝占龙, 张一龙, 等. 交叉缩放椭圆管中微生物污垢特性[J]. 微生物学通报, 2013, 40(11): 1978–1986.

## Research on the Modeling of Microbial Fouling Model Based on Kern-Seaton Model

Xu Zhiming, Shen Yiwen

(Energy Resource and Power Engineering College, Northeast Electric Power University, Jilin Jilin 132012)

**Abstract:** In order to establish a model which is suitable for describing the formation of microbial fouling, based on the Kern-Seaton fouling model, the microbial fouling model is established combined with the Kern-Seaton model in this paper. The correctness of this model is verified by the experimental data of iron bacteria in stainless steel tubes. The results show that computational data of the microbial fouling model is in good agreement with the experimental data, the relative error is within  $\pm 20\%$  except the period of induction.

**Key words:** Microbial fouling; Fouling modelling; Growth kinetics model